



Chương

Bài 2.

PHÉP TÍNH LOGARIT



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho  $1 \neq a > 0$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$ , khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $\log_a x^a = a \log_a x$  .  
 B.  $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$  .  
 C.  $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$  .  
 D.  $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$  .

☞ **Lời giải**

**Chọn D**

Do  $\log_{\sqrt{a}} x = 2 \log_a x$  .

» Câu 2. Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý tho  $a$ ả mãn  $a \neq 1$  và  $\log_a b = 2$ , giá trị của  $\log_a (ab^2)$  bằng

- A. 2 .  
 B.  $\frac{3}{2}$  .  
 C.  $\frac{1}{2}$  .  
 D.  $\frac{5}{2}$  .

☞ **Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\log_a (ab^2) = \frac{\log_a (ab^2)}{\log_a a} = \frac{1 + \log_a b^2}{2} = \frac{1 + 2 \log_a b}{2} = \frac{1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{5}{2}$  .

» Câu 3. Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_7 (7a)$  bằng

- A.  $1 - \log_7 a$  .  
 B.  $1 + \log_7 a$  .  
 C.  $1 + a$  .  
 D.  $a$  .

☞ **Lời giải**

**Chọn B**

$\log_7 (7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$

» Câu 4. Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $4 \log \sqrt{a}$  bằng

- A.  $-4 \log a$  .  
 B.  $8 \log a$  .  
 C.  $2 \log a$  .  
 D.  $-2 \log a$  .

☞ **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $4 \log \sqrt{a} = 4 \log a^{\frac{1}{2}} = 2 \log a$  .

» Câu 5. Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_5 a^3$  bằng

- A.  $\frac{1}{3} \log_5 a$  .  
 B.  $\frac{1}{3} + \log_5 a$  .  
 C.  $3 + \log_5 a$  .  
 D.  $3 \log_5 a$  .

☞ **Lời giải**



**Chọn D**

$$\log_5 a^3 = 3 \log_5 a$$

» **Câu 6.** Cho  $a$  là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_2 a = \log_a 2$       B.  $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$       C.  $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$       D.  $\log_2 a = -\log_a 2$
- ⇒ Lời giải**

**Chọn C**

Áp dụng công thức đổi cơ số.

» **Câu 7.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$  và  $\log_a b = \sqrt{3}$ . Tính

$$P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$$

- A.  $P = -5 + 3\sqrt{3}$       B.  $P = -1 + \sqrt{3}$       C.  $P = -1 - \sqrt{3}$       D.  $P = -5 - 3\sqrt{3}$
- ⇒ Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1: Phương pháp tự luận.**

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}$$

**Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.**

Chọn  $a=2, b=2^{\sqrt{3}}$ . Bấm máy tính ta được  $P = -1 - \sqrt{3}$ .

» **Câu 8.** Cho  $a$  và  $b$  là hai số thực dương thỏa mãn  $a^2 b^3 = 16$ . Giá trị của  $2\log_2 a + 3\log_2 b$  bằng

- A. 2.      B. 8.      C. 16.      D. 4.
- ⇒ Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$

» **Câu 9.** Với các số thực dương  $x, y$  tùy ý, đặt  $\log_3 x = a, \log_3 y = b$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{a}{2} + b$       B.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left( \frac{a}{2} + b \right)$
- C.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{a}{2} - b$       D.  $\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left( \frac{a}{2} - b \right)$
- ⇒ Lời giải**

**Chọn D**

$$\log_{27} \left( \frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{3}{2} \log_{27} x - 3 \log_{27} y = \frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 y = \frac{a}{2} - b$$

» **Câu 10.** Với các số thực dương  $a, b$  bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$

B.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$

C.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

D.  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\log_2 \left( \frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

» **Câu 11.** Cho  $\log_3 a = 2$  và  $\log_2 b = \frac{1}{2}$ . Tính  $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$ .

A.  $I = \frac{5}{4}$

B.  $I = 0$

C.  $I = 4$

D.  $I = \frac{3}{2}$

☞ **Lời giải**

**Chọn C**

$I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2\log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2\log_{\frac{1}{4}} b = 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

» **Câu 12.** Với các số thực dương  $a, b$  bất kỳ. Mệnh đề nào **đúng**?

A.  $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

B.  $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$

C.  $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$

D.  $\log_2 \frac{2a^3}{b} = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\log_2 \frac{2a^3}{b} = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

» **Câu 13.** Giá trị của biểu thức  $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$  bằng

A. 48

B. 56

C. 36

D.  $8\log_2 256$

☞ **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$   
 $= \log_2 (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \dots 2^8)$   
 $= \log_2 (2^{1+2+3+\dots+8})$   
 $= (1+2+3+\dots+8) \cdot \log_2 2$   
 $= 1+2+3+\dots+8 = 36$

» **Câu 14.** Tính  $P = \log_{a^2} (d^0 b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left( \frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt{b}} b^{-2}$  với  $0 < a \neq 1$  và  $0 < b \neq 1$ .

A.  $P = 2$

B.  $P = 1$

C.  $P = \sqrt{3}$

D.  $P = \sqrt{3}$

☞ **Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:



$$P = \log_a (d^0 b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left( \frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt{b}} b^2 = (5 + \log_a b) + 2 \log_a \left( \frac{a}{\sqrt{b}} \right) - 6$$

$$= 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1.$$

$$P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2 \log b}{\log a} - 1}$$

» **Câu 15.** Cho  $a > 0$  và  $a \neq 1$  và  $b > 0$ . Rút gọn biểu thức

**A.**  $P = |\log_a b + 1|$ .      **B.**  $P = |\log_a b - 1|$ .      **C.**  $P = |\log_a b|$ .      **D.**  $P = 0$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$$P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2 \log b}{\log a} - 1} = \sqrt{[\log_a(ab)]^2 - 2 \log_a b - 1}$$

$$= \sqrt{(1 + \log_a b)^2 - 2 \log_a b - 1} = \sqrt{\log_a^2 b} = |\log_a b|.$$

» **Câu 16.** Cho  $a$  là số thực dương khác 4. Tính

$$I = \log_a \left( \frac{a^3}{64} \right).$$

**A.**  $I = 3$ .      **B.**  $I = \frac{1}{3}$ .      **C.**  $I = -3$ .      **D.**  $I = -\frac{1}{3}$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có

$$I = \log_a \left( \frac{a^3}{64} \right) = \log_a \left( \frac{a}{4} \right)^3 = 3.$$

» **Câu 17.** Cho các số thực dương  $a, b$  với  $a \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.**  $\log_a(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$ .      **B.**  $\log_a(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$ .

**C.**  $\log_a(ab) = 2 + \log_a b$ .      **D.**  $\log_a(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn B**

Ta có

$$\log_a(ab) = \frac{1}{2} (\log_a(ab)) = \frac{1}{2} (\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

» **Câu 18.** Cho 2 số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\sqrt{a} \neq b$ ,  $a \neq 1$ ,  $\log_a b = 2$ . Tính

$$T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$$

**A.**  $T = -\frac{2}{5}$ .      **B.**  $T = \frac{2}{5}$ .      **C.**  $T = \frac{2}{3}$ .      **D.**  $T = -\frac{2}{3}$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$\log_a b = 2 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}.$$

$$T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{b} + \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{a}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\log_{\sqrt{b}} \frac{\sqrt{a}}{b}} + \frac{1}{\log_{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{a}}{b}} \\
 &= \frac{1}{\log_{\sqrt{b}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt{b}} b} + \frac{1}{\log_{\sqrt{a}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt{a}} b} \\
 &= \frac{1}{\frac{3}{2} \log_b a - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \log_a b} \\
 &= \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \cdot 2} = -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

» **Câu 19.** Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_{\sqrt{ab}}(a\sqrt{b}) = 3$ . Tính  $\log_{\sqrt{ab}}(b\sqrt{a})$ .

- A. -3.                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C. 3.                      D.  $-\frac{1}{3}$ .

⇨ **Lời giải**

**Chọn D**

Ta có

$$\begin{aligned}
 \log_{\sqrt{ab}}(a\sqrt{b}) = 3 &\Leftrightarrow \frac{\log_a(a\sqrt{b})}{\log_a \sqrt{ab}} = 3 \Leftrightarrow \frac{\log_a a + \frac{1}{3} \log_a b}{\frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b)} = 3 \\
 &\Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{3 + \log_a b}{1 + \log_a b} = 3 \Leftrightarrow 6 + 2 \log_a b = 9 + 9 \log_a b \Leftrightarrow \log_a b = -\frac{3}{7}
 \end{aligned}$$

$$\log_{\sqrt{ab}}(b\sqrt{a}) = \frac{\log_a(b\sqrt{a})}{\log_a \sqrt{ab}} = \frac{\log_a b + \frac{1}{3} \log_a a}{\frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b)} = \frac{-\frac{3}{7} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}\left(1 - \frac{3}{7}\right)} = -\frac{1}{3}$$

» **Câu 20.** Với mọi số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 = 8ab$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$                       B.  $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$   
 C.  $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$                       D.  $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

⇨ **Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab$

Lấy log cơ số 10 hai vế ta được:

$$\log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b$$

Hay  $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$



» **Câu 21.** Xét tất cả các số dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_2 a = \log_8(ab)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a = b^2$ .                      B.  $a^3 = b$ .                      C.  $a = b$ .                      D.  $a^2 = b$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn D**

Theo đề ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 a = \log_8(ab) &\Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab) \Leftrightarrow 3 \log_2 a = \log_2(ab) \\ &\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2(ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b \end{aligned}$$

» **Câu 22.** Cho  $\log_8|x| + \log_4 y^2 = 5$  và  $\log_8|y| + \log_4 x^2 = 7$ . Tìm giá trị của biểu thức  $P = |x| - |y|$ .

- A.  $P = 56$ .                      B.  $P = 16$ .                      C.  $P = 8$ .                      D.  $P = 64$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện:  $x, y \neq 0$

Cộng vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8|xy| + \log_4 x^2 y^2 = 12 \Leftrightarrow \log_2|xy| = 9 \Leftrightarrow |xy| = 512 \quad (1)$$

Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 \left| \frac{x}{y} \right| + \log_4 \frac{y^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x}{y} \right| = 8 \Leftrightarrow |x| = 8|y| \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $|y| = 8 \Rightarrow |x| = 64 \Leftrightarrow P = 56$ .

» **Câu 23.** Nếu  $\log_2 3 = a$  thì  $\log_{72} 108$  bằng

- A.  $\frac{2+a}{3+a}$ .                      B.  $\frac{2+3a}{3+2a}$ .                      C.  $\frac{ab}{a+b}$ .                      D.  $\frac{2+3a}{2+2a}$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \log_{72} 108 = \frac{\log_2 108}{\log_2 72} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3^3)}{\log_2 (2^3 \cdot 3^2)} = \frac{2 + 3 \log_2 3}{3 + 2 \log_2 3} = \frac{2 + 3a}{3 + 2a}$$

» **Câu 24.** Cho  $\log_{30} 3 = a; \log_{30} 5 = b$ . Tính  $\log_{30} 1350$  theo  $a, b; \log_{30} 1350$  bằng

- A.  $2a + b$                       B.  $2a + b + 1$                       C.  $2a + b - 1$                       D.  $2a + b - 2$

☞ **Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $1350 = 30 \cdot 45 = 30 \cdot 9 \cdot 5 = 30 \cdot 3^2 \cdot 5$

Nên  $\log_{30} 1350 = \log_{30} 30 \cdot 3^2 \cdot 5 = \log_{30} 30 + \log_{30} 3^2 + \log_{30} 5 = 1 + 2 \log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 1 + 2a + b$

» **Câu 25.** Cho  $a, b, c > 1$ . Biết rằng biểu thức  $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4 \log_c(ab)$  đạt giá trị lớn nhất  $m$  khi  $\log_b c = n$ . Tính giá trị  $m + n$ .

- A.  $m + n = 10$ .                      B.  $m + n = \frac{25}{2}$ .                      C.  $m + n = 14$ .                      D.  $m + n = 12$ .

☞ **Lời giải**

**Chọn D**



Ta có  $P = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4 \log_c a + 4 \log_c b \Leftrightarrow$

$$P = \left( \log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right) + \left( \log_a c + \frac{4}{\log_a c} \right) + \left( \log_b c + \frac{4}{\log_b c} \right) \geq 2 + 4 + 4 = 10 \Rightarrow m = 10.$$

Dấu đẳng xảy ra khi  $\log_a b = 1, \log_a c = 2, \log_b c = 2 \Rightarrow n = 2.$

Vậy  $m + n = 12.$

» **Câu 26.** Chọn mệnh đề Sai?

- A.**  $1 + \log_2 2 < \log_3 3$  . **B.**  $\log_2 \sqrt{2} < \log_2 2$  . **C.**  $\log_2 8 > \log_2 4$  . **D.**  $\log_2 \frac{1}{2} > \log_2 \frac{1}{4}$  .

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $\left. \begin{array}{l} 1 + \log_2 2 = 1 + 1 = 2 \\ \log_3 3 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + \log_2 2 > \log_3 3$  nên  $1 + \log_2 2 < \log_3 3$  là khẳng định Sai.

Vì  $\left. \begin{array}{l} \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ \log_2 2 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 \sqrt{2} < \log_2 2$  nên  $\log_2 \sqrt{2} < \log_2 2$  là khẳng định Đúng.

Vì  $\left. \begin{array}{l} \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \\ \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 8 > \log_2 4$  nên  $\log_2 8 > \log_2 4$  là khẳng định Đúng.

Vì  $\left. \begin{array}{l} \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -1 \\ \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \log_2 \frac{1}{2} > \log_2 \frac{1}{4}$  nên  $\log_2 \frac{1}{2} > \log_2 \frac{1}{4}$  là khẳng định Đúng.

» **Câu 27.** Cho  $a = \log_2 3$  và  $b = \log_2 5$ . Biểu diễn  $\log_{60} 60$  theo  $a, b$ ?

- A.**  $\log_{60} 60 = \frac{a+b+2}{1+b}$  . **B.**  $\log_{60} 60 = \frac{a+b+2}{1+a}$  . **C.**  $\log_{60} 60 = \frac{a+b+1}{1+a}$  . **D.**  $\log_{60} 60 = \frac{a+b+1}{1+b}$  .

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\log_{60} 60 = \frac{\log_2 60}{\log_2 10} = \frac{\log_2 (3 \cdot 5 \cdot 4)}{\log_2 (2 \cdot 5)} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5 + 2}{1 + \log_2 5} = \frac{a+b+2}{1+b}$ .

» **Câu 28.** Cho  $\log_6 3 = a, \log_6 5 = b$ . Biểu diễn  $\log_{54} 50$  theo  $a, b$ ?

- A.**  $\frac{2b-a+1}{2a+1}$  . **B.**  $\frac{2a-b+1}{2a+1}$  . **C.**  $\frac{2b+1+a}{2a+1}$  . **D.**  $\frac{2a+b+1}{2a+1}$  .

☞ **Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\log_{54} 50 = \frac{\log_6 \left( 5^2 \cdot \frac{6}{3} \right)}{\log_6 (3^2 \cdot 6)} = \frac{2 \log_6 5 + \log_6 6 - \log_6 3}{2 \log_6 3 + \log_6 6} = \frac{2b+1-a}{2a+1}$ .

» **Câu 29.** Mức cường độ âm  $L$  đo bằng decibel (viết tắt là dB, đọc là đề-xi-ben) của âm thanh có cường độ  $I$  (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là  $W/m^2$ ) được





» **Chọn SAI.**

(b)  $a^{\log_a b} = b$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(c)  $\log_a a^m = \frac{1}{m}$ .

$\log_a a^m = m \log_a a = m$ .

» **Chọn SAI.**

(d)  $\log_a b^m c^n = m \log_a b + n \log_a c$ .

$\log_a b^m c^n = \log_a b^m + \log_a c^n = m \log_a b + n \log_a c$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 32.** Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\log 8 - \log 27 = 3 \log \frac{2}{3}$		
(b)	$\log_{16} 3 \cdot \log_9 64 \cdot \log_4 27 = \frac{8}{9}$		
(c)	$\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_4 \frac{1}{\sqrt{25}} + \log_{\frac{1}{2}} 125 = \frac{-3}{2} \log_2 5$		
(d)	$3 \log_3 \sqrt[3]{7} + \log_{\sqrt{3}} 21 = 4 \log_3 7 + 3$		

👉 **Lời giải**

(a)  $\log 8 - \log 27 = 3 \log \frac{2}{3}$ .

$\log 8 - \log 27 = \log 2^3 - \log 3^3 = 2 \log 2 - 3 \log 3 = 3 \log \frac{2}{3}$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $\log_{16} 3 \cdot \log_9 64 \cdot \log_4 27 = \frac{8}{9}$ .

$\log_{16} 3 \cdot \log_9 64 \cdot \log_4 27 = \frac{1}{4} \log_2 3 \cdot \frac{6}{2} \log_3 2 \cdot \frac{3}{2} \log_2 3 = \frac{9}{8} \log_2 3$ .

» **Chọn SAI.**

(c)  $\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_4 \frac{1}{\sqrt{25}} + \log_{\frac{1}{2}} 125 = \frac{-3}{2} \log_2 5$ .

$\log_{\sqrt{2}} 5 + \log_4 \frac{1}{\sqrt{25}} + \log_{\frac{1}{2}} 125 = 2 \log_2 5 + \frac{1}{2} \cdot (-1) \log_2 5 - 3 \log_2 5 = \frac{-3}{2} \log_2 5$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

(d)  $3 \log_3 \sqrt[3]{7} + \log_{\sqrt{3}} 21 = 4 \log_3 7 + 3$ .

$3 \log_3 \sqrt[3]{7} + \log_{\sqrt{3}} 21 = \log_3 7 + 3(\log_3 7 + 1) = 4 \log_3 7 + 3$ .

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 33.** Cho  $a, b, c > 1$  và  $m, n \in \mathbb{I}$ . Xét tính đúng, sai trong các khẳng định sau.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	---------	------	-----



		<b>g</b>	
(a)	$\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \frac{3}{4}$		
(b)	$\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = \frac{1}{6}$		
(c)	Cho $\log 3 = m, \log 7 = n$ . Khi đó $\log_3 70 = \frac{n+1}{m}$ .		
(d)	Cho $\log_5 2 = m, \log_5 3 = n$ . Khi đó $\log_{250} 30 = (m+n+1)(3+m)$ .		

👉 **Lời giải**

(a)  $\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \frac{3}{4}$ .

$$\log_a \sqrt{a\sqrt{a}} = \log_a \sqrt{a^{\frac{3}{2}}} = \log_a a^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b)  $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = \frac{1}{6}$ .

$$\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c \cdot \log_{c^2} a^3 = 2 \cdot \log_a b \cdot 2 \cdot \log_b c \cdot \frac{3}{2} \cdot \log_c a = 6$$

» **Chọn SAI.**

(c) Cho  $\log 3 = m, \log 7 = n$ . Khi đó  $\log_3 70 = \frac{n+1}{m}$ .

$$\log_3 70 = \frac{\log 70}{\log 3} = \frac{\log 7 + 1}{\log 3} = \frac{n+1}{m}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Cho  $\log_5 2 = m, \log_5 3 = n$ . Khi đó  $\log_{250} 30 = (m+n+1)(3+m)$ .

$$\log_{250} 30 = \frac{\log_5 (3 \cdot 2 \cdot 5)}{\log_5 (5^3 \cdot 2)} = \frac{m+n+1}{3+m}$$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 34.** Cho hai số thực  $a$  và  $b$ , với  $1 < a < b$ .

	<b>Mệnh đề</b>	<b>Đúng g</b>	<b>Sai</b>
(a)	$\log_a b < 1 < \log_b a$		
(b)	$1 < \log_a b < \log_b a$		
(c)	$\log_b a < \log_a b < 1$ .		
(d)	$\log_b a < 1 < \log_a b$ .		

👉 **Lời giải**

Ta có 
$$b > a > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \Leftrightarrow \log_a b > 1 \\ \log_b b > \log_b a \Leftrightarrow 1 > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$$



- (a)  $\log_a b < 1 < \log_b a$   
» **Chọn SAI.**
- (b)  $1 < \log_a b < \log_b a$   
» **Chọn SAI.**
- (c)  $\log_b a < \log_a b < 1$ .  
» **Chọn SAI.**
- (d)  $\log_b a < 1 < \log_a b$   
» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 35.** Công thức  $\log x = 11,8 + 1,5M$  cho biết mối liên hệ giữa năng lượng  $x$  tạo ra (tính theo erg, 1 erg tương đương  $10^{-7}$  jun) với độ lớn  $M$  theo thang Richter của một trận động đất.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $6,3 \cdot 10^{34}$ erg.		
(b)	Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng $2 \cdot 10^9$ jun.		
(c)	Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.		
(d)	Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter. Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$ erg.		

» **Lời giải**

(a) Trận động đất có độ lớn 2 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng  $6,3 \cdot 10^{34}$  erg.  
Ta có  $\log x = 11,8 + 1,5M$

Với  $M = 2$  ta được  $\log x = 14,8 \Leftrightarrow x \approx 6,3 \cdot 10^{14}$  erg.

» **Chọn SAI.**

(b) Trận động đất có độ lớn 3 độ Richter tạo ra năng lượng khoảng  $2 \cdot 10^9$  jun.

Với  $M = 3$  ta được  $\log x = 16,3 \Leftrightarrow x \approx 2 \cdot 10^{16}$  erg =  $2 \cdot 10^9$  jun.

» **Chọn ĐÚNG**

(c) Trận động đất có độ lớn 5 độ Richter tạo ra năng lượng gấp 100 lần so với trận động đất có độ lớn 3 độ Richter.

Gọi  $x_1, x_2$  (erg) lần lượt là năng lượng tạo ra của hai trận động đất có độ lớn lần lượt là  $M_1 = 5, M_2 = 3$  (độ Richter).

Ta có:  $\log x_1 = 11,8 + 1,5M_1; \log x_2 = 11,8 + 1,5M_2$

$$\Rightarrow \log x_1 - \log x_2 = 1,5(M_1 - M_2) \Rightarrow \log \frac{x_1}{x_2} = 3 \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = 10^3 = 1000.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Người ta ước lượng rằng một trận động đất có độ lớn khoảng từ 4 đến 6 độ Richter.

Năng lượng do trận động đất đó tạo ra nằm trong khoảng  $10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8}$  erg.

$$11,8 + 1,5 \cdot 4 \leq \log x \leq 11,8 + 1,5 \cdot 6 \Rightarrow 17,8 \leq \log x \leq 20,8 \Rightarrow 10^{17,8} \leq x \leq 10^{20,8} \text{ erg.}$$



» **Chọn ĐÚNG**

**C. Câu hỏi - Trả lời ngắn**

» **Câu 36.** Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ . Tính  $Q = \log_a (b^2 c^3)$ .

↪ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

Ta có:  $Q = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2\log_a b + 3\log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$

» **Câu 37.** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $0 < a \neq 1$ . Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log_a \left( \frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$$

↪ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

$$T = \log_a \left( \frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a a^{\frac{2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}}{1}} = \log_a a^{\frac{2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{15}}{1}} = \log_a a^3 = 3$$

Ta có:

» **Câu 38.** Với  $a, b$  là các số thực dương và  $a$  khác 1 ta rút gọn biểu thức

$$Q = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2 \ln b}{\ln a} - 1}$$

thu được kết quả  $m|\log_a b^n|$  với  $m, n$  là các số tự nhiên.

Tính giá trị  $S = m + 2n$

↪ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } Q &= \sqrt{(\log_a a + \log_a b)^2 - 2\log_a b - 1} \\ &= \sqrt{(1 + \log_a b)^2 - 2\log_a b - 1} = \sqrt{1 + 2\log_a b + \log_a^2 b - 2\log_a b - 1} = \sqrt{\log_a^2 b} = |\log_a b|. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow S = m + 2n = 3$$

» **Câu 39.** Cho  $a = \log_2 5, b = \log_3 5$ . Biểu diễn  $\log_6 5$  theo  $a$  và  $b$  ta thu được kết quả dạng

$$\frac{a}{m + \frac{n \cdot a}{b}}$$

với  $m, n$  là các số tự nhiên. Tính giá trị  $S = m - 2n$

↪ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

$$\log_6 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 6} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{a}{1 + \log_2 5 \log_3 3} = \frac{a}{1 + \frac{a}{b}} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases} \Rightarrow S = m - 2n = -1$$

Ta có:

» **Câu 40.** Cho  $a = \log 2, b = \ln 2$ . Biểu diễn  $\ln 800$  theo  $a$  và  $b$  ta thu được kết quả dạng

$$mb + \frac{n \cdot b}{a}$$

với  $m, n$  là các số tự nhiên. Tính giá trị  $P = mn$ .

↪ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$\text{Ta có: } \ln 800 = \ln(2^3 \cdot 10^2) = 3\ln 2 + 2\ln 10 = 3\ln 2 + 2\ln 2 \cdot \log_2 10$$



$$= 3 \ln 2 + \frac{2 \ln 2}{\log 2} = 3b + \frac{2b}{a} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow P=6$$

» **Câu 41.** Cho  $\log_2 x = \sqrt{2}$ . Tính giá trị biểu thức  $P = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$ . (Làm tròn đến hàng phần mười).

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: -0,7**

Ta có 
$$P = 2 \log_2 x - 3 \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = -\frac{1}{2} \log_2 x = -\frac{1}{2} \sqrt{2} \approx -0,7$$

» **Câu 42.** Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0 thỏa mãn  $4^a = 25^b = 10^c$ . Tính  $T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$ .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$4^a = 25^b = 10^c = t \rightarrow \begin{cases} a = \log_4 t \\ b = \log_{25} t \\ c = \log_{10} t \end{cases}$$

Giải sử

Ta có 
$$T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \frac{\log_{10} t}{\log_4 t} + \frac{\log_{10} t}{\log_{25} t} = \frac{\log_t 4}{\log_t 10} + \frac{\log_t 25}{\log_t 10} = \log_{10} 4 + \log_{10} 25$$
  

$$= \log_{10} (4 \cdot 25) = \log_{10} 100 = 2.$$

» **Câu 43.** Cho  $\log_a b = 2$  và  $\log_a c = 3$ . Tính  $A = \log_a (b^2 c^3)$ .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

Ta có: 
$$A = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$$

» **Câu 44.** Cho  $a, b$  là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn  $ab \neq 1$ . Biết rằng

$$\log_a \frac{3}{b} = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1.$$

Tìm  $b$  (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1,7**

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1 \\ &= \left( \log_a b + \frac{1}{\log_a b} + 2 \right) \left( \log_a b - \frac{\log_a b}{\log_a(ab)} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{\log_a^2 b + 2 \log_a b + 1}{\log_a b} \left( \log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \log_b a - 1 \\ &= \frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a b} \frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \log_b a - 1 = (\log_a b + 1) \log_a b \log_b a - 1 = \log_a b \end{aligned}$$

$$\log_a \frac{3}{b} = P \Leftrightarrow \log_a \frac{3}{b} = \log_a b \Leftrightarrow \frac{3}{b} = b \Leftrightarrow b^2 = 3 \Leftrightarrow b = \sqrt{3} \approx 1,7$$



» **Câu 45.** Cho  $a, b > 0$  và đều khác 1 thoả mãn  $\ln a + \ln(8b) = 2 \ln(a + 2b)$ . Rút gọn biểu thức:

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b}$$

được kết quả bằng bao nhiêu?

⇒ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Với  $a, b$  là các số thực dương khác 1, ta có:

$$\ln a + \ln(8b) = 2 \ln(a + 2b)$$

$$\Leftrightarrow \ln(8ab) = \ln(a + 2b)^2 \Leftrightarrow 8ab = (a + 2b)^2 \Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = 2b$$

$$P = \log_b(2a) + \log_{\frac{a}{2}}(2b) - \frac{1}{\log_8 b} = \log_b(4b) + \log_b(2b) - \log_b 8$$

Khi đó:

$$= \log_b \frac{8b^2}{8} = \log_b b^2 = 2.$$

» **Câu 46.** Với  $a, b$  là các số thực dương và thoả mãn  $ab \neq 1$ . Ta rút gọn biểu thức

$$P = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$$

thu được kết quả  $(2m - 1) \log_a b^n$  với

$m, n$  là các số tự nhiên. Tính giá trị  $S = m - n$

⇒ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0**

$$P = (\log_a b + \log_b a + 2)(\log_a b - \log_{ab} b) \log_b a - 1$$

$$= \left( \log_a b + \frac{1}{\log_a b} + 2 \right) \left( \log_a b - \frac{\log_a b}{\log_a(ab)} \right) \log_b a - 1$$

$$= \frac{\log_a^2 b + 2 \log_a b + 1}{\log_a b} \left( \log_a b - \frac{\log_a b}{1 + \log_a b} \right) \log_b a - 1$$

$$= \frac{(\log_a b + 1)^2}{\log_a b} \frac{\log_a^2 b}{1 + \log_a b} \log_b a - 1 = (\log_a b + 1) \log_a b \log_b a - 1 = \log_a b$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} 2m - 1 = 1 \\ n = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow S = m - n = 0$$

» **Câu 47.** Cho  $a = \log_2 3, b = \log_5 2, c = \log_2 7$ . Biểu diễn  $\log_{42} 15$  theo  $a, b, c$  ta thu được kết quả

$$\text{dạng } \frac{ab + m}{h \cdot b(a + c + n)}$$

với  $h, m, n$  là các số tự nhiên. Tính giá trị  $P = mn + h$ .

⇒ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$\text{Ta có: } \log_{42} 15 = \frac{\log_2 15}{\log_2 42} = \frac{\log_2 3 + \log_2 5}{\log_2 2 + \log_2 3 + \log_2 7} = \frac{a + \frac{1}{b}}{1 + a + c} = \frac{ab + 1}{b(a + c + 1)}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ h = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 2$$



» **Câu 48.** Cho các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 = 14xy$ . Xác định giá trị  $a$  thỏa mãn  $\log_2(x+y) = a + \frac{\log_2 xy}{a}$ .

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Ta có:  $x^2 + y^2 = 14xy \Leftrightarrow (x+y)^2 = 16xy \Leftrightarrow \log_2(x+y)^2 = \log_2(16xy)$   
 $\Leftrightarrow 2\log_2(x+y) = 4 + \log_2(xy) \Leftrightarrow \log_2(x+y) = 2 + \frac{\log_2(xy)}{2}$ .

» **Câu 49.** Số tự nhiên  $3^{2023}$  có bao nhiêu chữ số?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 966**

Đặt  $n = 3^{2023} \Rightarrow \log n = 2023 \log 3 \approx 965,216$ .

Suy ra  $965 < \log n < 966 \Rightarrow 10^{965} < n < 10^{966}$ .

Ta biết  $10^{965}$  có 966 chữ số,

$10^{966}$  có 967 chữ số mà  $n$  nằm trong khoảng  $(10^{965}; 10^{966})$  nên  $n$  có tất cả 966 chữ số.

Lưu ý:  $10^n \Rightarrow n+1$  chữ số.

Ví dụ:  $10^2 = 100 \Rightarrow 2+1$  chữ số.

» **Câu 50.** Dung dịch A có nồng độ  $H^+$  là  $0,00001 \text{ mol/L}$  và dung dịch B có nồng độ  $H^+$  là  $0,00000001 \text{ mol/L}$ . Tìm tổng độ  $pH$  của 2 dung dịch trên.

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 13**

Độ  $pH$  của dung dịch A là  $pH_A = -\log[H^+]_A = -\log 0,00001 = 5$ .

Độ  $pH$  của dung dịch B là  $pH_B = -\log[H^+]_B = -\log 0,00000001 = 8$ .

Khi đó tổng độ  $pH$  của hai dung dịch đã cho bằng 13

» **Câu 51.** Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây, các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần số lượng đã có và giả sử tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

👉 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 21**

Số lượng bèo ban đầu chiếm 0,04 diện tích mặt hồ.

Sau 1 tuần số lượng bèo là  $0,04 \times 3$  diện tích mặt hồ.

Sau 2 tuần số lượng bèo là  $0,04 \times 3^2$  diện tích mặt hồ.

Sau  $n$  tuần số lượng bèo là  $0,04 \times 3^n$  diện tích mặt hồ.

Để bèo phủ kín mặt hồ thì:  $0,04 \times 3^n = 1 \Rightarrow 3^n = 25 \Rightarrow n = \log_3 25$  (tuần).



Số ngày tương ứng là  $7n = 7 \log_3 25 \approx 20,51$  (ngày).

Vậy sau ít nhất 21 ngày thì bèo hoa dâu sẽ phủ kín mặt hồ.

- » **Câu 52.** Cường độ một trận động đất  $M$  (độ Richter) được cho bởi công thức  $M = \log A - \log A_0$ , với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

↪ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 8,6**

Gọi  $M_1, M_2$  lần lượt là cường độ của trận động đất ở San Francisco và ở Nam Mỹ. Trận động đất ở San Francisco có cường độ là 8 độ Richter nên:

$M_1 = \log A - \log A_0 \Leftrightarrow 8 = \log A - \log A_0$ . Trận động đất ở Nam Mỹ có biên độ là  $4A$ , khi đó cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là:

$$M_2 = \log(4A) - \log A_0 = \log 4 + (\log A - \log A_0) = \log 4 + 8 \approx 8,6 \quad (\text{độ Richter})$$

----- Hết -----