|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOQUẬN LONG BIÊN KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP QUẬN VÒNG 1Năm học: 2020-2021. **Môn: TOÁN** |

1. *(6,0 điểm).*Cho biểu thức  với  và .
2. Chứng minh rằng 
3. Tính giá trị của biểu thức  biết: .
4. *(4,0 điểm).*Giải các phương trình sau:
5. 
6. .
7. *(3,0 điểm).*
8. Cho  là tích của  số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng  không là số chính phương.
9. Tìm các số nguyên  thỏa mãn điều kiện: .
10. *(6,0 điểm**)*

Cho tam giác  vuông tại  có . Kẻ đường cao  (), phân giác (). Kẻ  vuông góc với  tại ;  vuông góc với  tại .

1. Cho =9cm, =12cm. Tính độ dài các đoạn thẳng  và .
2. Chứng minh rằng .=. và  là tia phân giác của góc .
3. Chứng minh rằng 
4. *(1,0 điểm).*
5. Cho *a, b* là các số thực dương. Chứng minh rằng .
6. Cho *a, b, c* là các số thực dương thỏa mãn điều kiện .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | HƯỚNG DẪN GIẢIPHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠOQUẬN LONG BIÊN KÌ THI HỌC SINH GIỎI CẤP QUẬN VÒNG 1Năm học: 2020-2021. **Môn: TOÁN** |

1. Cho biểu thức  với  và .
2. Chứng minh rằng 
3. Tính giá trị của biểu thức  biết: .

**Lời giải**

1. Chứng minh rằng 

Ta có:











 (đpcm)

1. Tính giá trị của biểu thức  biết: .

Xét phương trình: . (1)



Ta có phương trình: 

+/ TH2: 

Ta có phương trình: .

Vậy .

Kết hợp với ĐKXĐ ta thấy: 

Thay  vào biểu thức 

Vậy  thì giá tri của biểu thức 

1. *(4,0 điểm).*Giải các phương trình sau:
2. 
3. .

**Lời giải**

1. 

 ĐKXD: 

















Vậy .

1. .













Vây .

1. **(3,0 điểm)*.***
2. Cho  là tích của  số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng  không là số chính phương.
3. Tìm các số nguyên  thỏa mãn điều kiện: .

**Lời giải**

1. Cho  là tích của  số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng  không là số chính phương.

Vì trong  số nguyên tố đầu tiên chỉ có  là số nguyèn tố chẵn duy nhất nên  chẵn và  không chia hết cho 4 (1). Suy ra  là số lẻ.

Giả sử  là một số chính phương thì tồn tại số nguyên dương  sao cho .

Suy ra . Điều này trái với (1)

 Vậy  không là một số chính phương.

1. Tìm các số nguyên  thỏa mãn điều kiện: .



Ta thấy:  là số lẻ.

Ta lại có: . Do dó 

Lúc đó:  nên .

Ta thấy các cặp số  thỏa mãn (\*)

nên là nghiệm của phương trình.

1. *(6,0 điểm)* Cho tam giác  vuông tại  có . Kẻ đường cao  (), phân giác (). Kẻ  vuông góc với  tại ;  vuông góc với  tại .
2. Cho =9cm, =12cm. Tính độ dài các đoạn thẳng  và .
3. Chứng minh rằng .=. và  là tia phân giác của góc .
4. Chứng minh rằng 

**Lời giải**



1. Cho =9cm, =12cm. Tính độ dài các đoạn thẳng  và .

Ta có: 

Xét tam giác  vuông tại  có 

Suy ra: .

Thay vào (\*) ta có .

1. Chứng minh rằng .=. và  là tia phân giác của góc .

Xét  và  có:

 chung 

Suy ra:  đồng dạng với  (  ) .

Xét  và  có:

 chung



Suy ra:  đồng dang với 

Suy ra:  có 

Mà 

Suy ra:  là tia phân giác của góc  (đpcm)

1. Chứng minh rằng 

Chứng minh:



Suy ra tứ giác  là hình chữ nhật.

Mà  là phân giác của góc  nên tứ giác  là hình vuông

Do đó, .

Xét  có:  là phân giác của góc  ()  (1)

Chứng minh tương tự:  là tia phân giác của góc .

Xét  có:  là phân giác của góc .

Suy ra 

Từ (1), (2) suy ra:

 (vì  (đpcm).

1. *(1,0 điểm).*
2. Cho *a, b* là các số thực dương. Chứng minh rằng .
3. Cho *a, b, c* là các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Lời giải**

1. Cho *a, b* là các số thực dương. Chứng minh rằng .

Ta có: .







 (Luôn đúng với mọi a, b dương)

Vậy .

1. Cho *a, b, c* là các số thực dương thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

Trước hết ta chứng minh bất đẳng thức .

Ta có: 







 (Đã chứng minh ở ý 1) Dấu “=” xảy ra khi .

Vậy 

Chứng minh tương tự:



(2). Dấu “=” xảy ra khi .

.

(3). Dấu "=" xảy ra khi .



Dấu "=" xày ra khi 

Vậy Max 

**🙢 HẾT 🙠**