

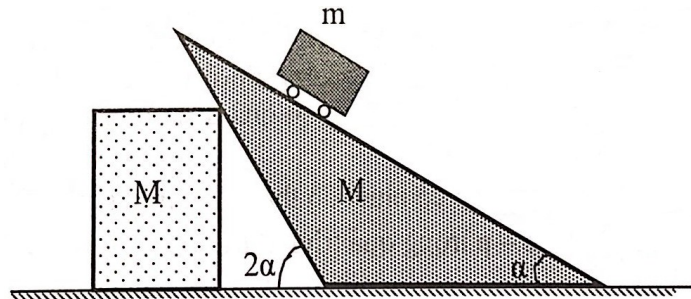
THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG ĐIỀU – ĐỒNG THÁP

Câu 1: (5 điểm)

Một người cần bơi qua một con sông rộng AB với vận tốc chảy của dòng nước là $u = 1\text{ m/s}$. Biết vận tốc chạy bộ của người trên bờ là $v = 2,5\text{ m/s}$, Vận tốc bơi đối với nước là $1,5\text{ m/s}$. Tìm lộ trình của người xuất phát từ A để đến B nhanh nhất. Khoảng thời gian đó bằng bao nhiêu? Biết $AB = d = 750\text{ m}$.

Câu 2: (5 điểm)

Một cái nêm nhọn khối lượng M , góc đáy α , ban đầu đứng yên trên một mặt bàn nằm ngang. Khối lập phương khối lượng M nằm tiếp xúc với nêm trên mặt bàn này (hình vẽ). Hệ số ma sát giữa khối lập phương và mặt bàn là μ . Trên nêm người ta đặt một xe kéo khối lượng m , xe kéo có thể trượt không ma sát trên mặt nêm. Thả xe kéo cho nó chuyển động không vận tốc ban đầu từ đỉnh nêm. Tìm vận tốc xe kéo khi nó đến chân nêm nếu độ cao của nêm là h .



Câu 3: (5 điểm)

Một thanh mảnh, đồng chất khối lượng M , độ dài b được gắn bằng một sợi dây nhỏ, không thể co giãn với một lò xo có hệ số đàn hồi k . Sợi dây được vắt qua một ròng rọc rất nhỏ và nhẵn cố định tại P . Thanh mảnh có thể quay tự do quanh A không ma sát trong khoảng góc $-\pi < \theta \leq \pi$ như hình vẽ. Khi $c = 0$, lò xo ở trạng thái tự nhiên. Giả sử $b < a$, PA thẳng đứng. Tìm các giá trị của θ để hệ thống cân bằng tĩnh và xác định trong mỗi trường hợp nếu hệ thống cân bằng bền, không bền hoặc phiếm định.

Câu 4: (5 điểm)

Một bán cầu nhẵn, bán kính R , đặt cố định trên mặt sàn nằm ngang. Một vật nhỏ đang nằm tại đỉnh bán cầu. Truyền cho vật một vận tốc ban đầu v_0 theo phương ngang sao cho vật không rời bán cầu ngay lúc đó. Bỏ qua sức cản không khí.

1. Tìm điều kiện của v_0 và xác định vị trí vật rời khỏi bán cầu.
2. Tính lực nén của vật lên bán cầu khi vật chưa rời bán cầu và ở độ cao h .
3. Vật rơi xuống sàn và nảy lên đến độ cao bao nhiêu (coi va chạm là hoàn toàn đàn hồi)?

Câu 5: (5 điểm)

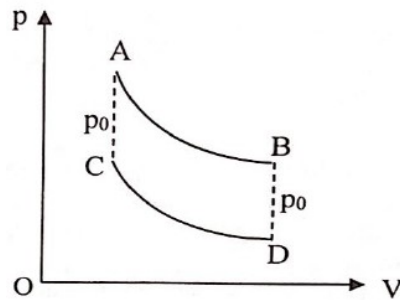
Một ống hình trụ thẳng đứng có thể tích V . Ở phía dưới pittông khối lượng m , diện tích S , có một lượng khí lý tưởng đơn nguyên tử ở nhiệt độ T_0 . Pittông ở vị trí cân bằng chia ống thành hai nửa bằng nhau. Người ta đun nóng khí từ từ đến khi nhiệt độ khí là $4T_0$. Ở phía trên có làm hai vấu để pittông không bật ra khỏi ống. Hỏi khí trong ống đã nhận được một nhiệt lượng là bao nhiêu? Bỏ qua bề dày

pittông và thành ống. Cho áp suất khí quyển bên ngoài là P_0 và nội năng của một mol khí lý tưởng đơn nguyên tử được tính theo công thức $U = \frac{3}{2}RT$

Câu 6: (5 điểm)

Một chất khí lý tưởng có khối lượng mol là μ , nhiệt dung C_v không đổi, thực hiện quá trình AB như hình vẽ trên toạ độ p-V. Nếu tịnh tiến đường cong AB theo phương thẳng đứng xuống dưới một đoạn p_0 không đổi ta được đường cong CD là đường biểu diễn quá trình đẳng nhiệt của chất khí này ở nhiệt độ T_0 .

- Hãy xác định trạng thái có nhiệt độ thấp nhất trong quá trình AB.
- Biểu diễn đồ thị c – p trong quá trình AB.



HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1:

- Người chạy bộ trên bờ một đoạn AC rồi bơi theo hướng CM (CM tạo với AB một góc α) sao cho đối với bờ người chuyển động theo hướng CB.

- Thời gian người chạy trên AC: $t_1 = \frac{AC}{v}$

- Thời gian người bơi vượt sông trên CB:

$$t_2 = \frac{BC}{v_{13}} = \frac{CD}{v_{12} \cos \alpha} = \frac{BD}{u - v_{12} \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow BD = AC = AB \frac{u - v_{12} \sin \alpha}{v_{12} \cos \alpha}$$

- Tổng thời gian qua sông:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{AB}{v v_{12} \cos \alpha} (u - v_{12} \sin \alpha) + \frac{AB}{v_{12} \cos \alpha} = 200 \left(\frac{3,5 - 1,5 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

- Đặt $y = \left(\frac{3,5 - 1,5 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \Rightarrow t_{\min} \Leftrightarrow y_{\min}$

- Lấy đạo hàm y theo α : $y' = \frac{-1,5 \cos^2 \alpha - (3,5 - 1,5 \sin \alpha)(-\sin \alpha)}{\cos^2 \alpha}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -1,5(1 - \sin^2 \alpha) + 3,5 \sin \alpha - 1,5 \sin^2 \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1,5}{3,5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1,5}{3,5} \right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{3,5}$$

$$\text{Lộ trình: } AC = 750 \frac{1 - 1,5 \frac{1,5}{3,5}}{1,5 \frac{\sqrt{10}}{3,5}} \approx 198 \text{ (m)}$$

Câu 2:

Nếu hai vật M chuyển động thì chúng sẽ có cùng gia tốc a, gọi gia tốc giữa m với nêm là a_{12} . Chọn hệ quy chiếu gắn với hai vật M ta có:

- Phương trình định luật 2 Newton cho m:

$$mg \cdot \sin \alpha + m \cdot a \cdot \cos \alpha = m \cdot a_{12} \quad (1)$$

$$N_{12} = mg \cdot \cos \alpha - m \cdot a \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

- Phương trình cân bằng cho nêm:

$$N_{12} \cdot \sin \alpha = N \cdot \sin 2\alpha + M \cdot a \quad (3) \text{ (N là phản lực của M tác dụng lên nêm)}$$

Cho khối M: $N \cdot \sin 2\alpha = M \cdot a + F_{ms}$

$$N' = M \cdot g + N \cdot \cos 2\alpha$$

$$\rightarrow N \cdot \sin 2\alpha = M \cdot a + (M \cdot g + N \cdot \cos 2\alpha) \mu \quad (4)$$

Giải (2), (3), (4) ta được: $a = \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha \left(1 - \frac{\mu}{\tan 2\alpha}\right) - M g \mu}{M \left(2 - \frac{\mu}{\tan 2\alpha}\right) + m \sin^2 \alpha \left(1 - \frac{\mu}{\tan 2\alpha}\right)}$

Và từ (1): $a_{12} = g \cdot \sin \alpha + \cos \alpha$

* Điều kiện để M chuyển động là $a \geq 0 \rightarrow \mu \leq \frac{m \sin 2\alpha}{2M + m \cos 2\alpha} = \mu_0$

* Biện luận:

+ Nếu $\mu \leq \mu_0$ thì nêm và khối lập phương cùng chuyển động với các gia tốc tính ở trên. Khi vật tới chân nêm:

- Vận tốc của m đối với nêm: $v_{12} = \sqrt{2a_{12}S} = \sqrt{\frac{2h}{\sin \alpha} (g \sin \alpha + a \cos \alpha)}$

- Vận tốc của nêm là v với: $\frac{v}{v_{12}} = \frac{a}{a_{12}} \rightarrow v = \frac{v_{12} \cdot a}{a_{12}}$

- Vận tốc của m đối với đất: $v_1 = \sqrt{v_{12}^2 + v^2 + 2v \cdot v_{12} \cos \alpha}$

+ Nếu $\mu > \mu_0$ thì nêm và khối lập phương không chuyển động. Khi đó vật m trượt trên nêm với gia tốc $a = g \sin \alpha \rightarrow$ vận tốc của m khi đến chân nêm là: $v_1 = \sqrt{2gh}$

Câu 3:

Xét thanh rắn đồng chất

- Momen của trọng lực thanh đối với trục quay qua A: $\vec{MP}(A) = P \frac{b}{2} \sin \theta = \frac{Mgb}{2} \sin \theta$

- Momen của lực căng dây treo đối với trục quay qua A: $MT(A) = T b \sin \theta_1$ (θ_1 là góc hợp bởi thanh với dây nối) $MT(A) = kcb \sin \theta_1$

- Định lí sin trong tam giác APB: $\frac{c}{\sin \theta} = \frac{a}{\sin \theta_1} \rightarrow c \sin \theta_1 = a \sin \theta$

$$MT(A) = T b \sin \theta_1 = kcb \sin \theta_1 = kba \sin \theta$$

- Khi cân bằng $MP(A) = MT(A)$ hay $\frac{Mgb}{2} \sin \theta = kba \sin \theta \rightarrow \frac{Mg}{2} \sin \theta = ka \sin \theta$

- Nếu $ka = \frac{Mg}{2}$ cân bằng với mọi θ và cân bằng là phiếm định.

- Nếu $ka < \frac{Mg}{2}$ cân bằng khi $\theta = 0$. Coi $\theta = 0 \pm \varepsilon$ trong đó $\varepsilon > 0$ là một góc nhỏ.

Khi đó: Tổng momen $M = \mp b \left(\frac{Mg}{2} - ka \right) \varepsilon$

Như vậy $M < 0$ đối với $\theta = \pm \varepsilon$; $M > 0$ đối với $\theta = -\varepsilon$.

Do đó M có xu hướng làm tăng ε trong cả hai trường hợp và cân bằng là không bền.

+ Xét cân bằng ở $\theta = \pi$. Coi $\theta = \pi \pm \varepsilon$ trong đó $\varepsilon > 0$ là một góc nhỏ.

Khi đó tổng momen $M = \pm b \left(\frac{Mg}{2} - ka \right) \varepsilon$

Như vậy $M < 0$ đối với $\theta = \pi - \varepsilon$; $M > 0$ đối với $\theta = \pi + \varepsilon$. Do đó M có xu hướng làm giảm ε trong cả hai trường hợp và cân bằng bền.

- Ngược lại nếu $ka > \frac{Mg}{2}$ cân bằng khi $\theta = 0$ hoặc $\theta = \pi$

Với cân bằng ở $\theta = 0$ là bền và cân bằng ở $\theta = \pi$ là không bền.

Câu 4:

1. Xét vật ở vị trí có bán kính hợp với phương thẳng đứng một góc α

Ta có: $mg \cos \alpha - N = m \frac{v^2}{R}$

$$N = mg \cos \alpha - m \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

Điều kiện của v_0 để vật không rời bán cầu ngay lúc đầu và vị trí vật rời bán cầu:

* Tại O, từ (1) $\Rightarrow N = mg - m \frac{v_0^2}{R} > 0$

$$v_0 < \sqrt{gR}$$

* Tại A vật rời bán cầu nên $N_A = 0$, từ (1) $\Rightarrow \cos \alpha_A = \frac{v_A^2}{gR}$ (2)

Áp dụng định lý động năng: $\frac{mv_A^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = mg(R - R \cos \alpha_A)$ (3)

giải hệ (2) và (3) ta được: $\cos \alpha_A = \frac{v_0^2 + 2gR}{3gR}$ (4)

2. Lực nén của vật lên bán cầu tại độ cao h (tại B)

Áp dụng định lý động năng: $\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = mg(R - h) \Leftrightarrow v_B^2 = v_0^2 + 2mg(R - h)$

$\cos \alpha_B = \frac{h}{R}$. Thay vào (1) ta được: $N_B = \frac{mg}{R} \left(3h - 2R - \frac{v_0^2}{g} \right)$

3. Tính độ cao mà vật đạt được sau va chạm vào sàn:

Thay (4) vào (2) ta được: $v_A^2 = \frac{v_0^2 + 2gR}{3}$; $h_A = R \cos \alpha_A = \frac{v_0^2 + 2gR}{3g}$

Sau khi rời bán cầu, vật chuyển động như ném xiên xuống dưới hợp với phương ngang một góc α với vận tốc đầu v_A , từ độ cao h_A . Thành phần vận tốc v_y của vật lúc chạm sàn:

$$v_y^2 = v_{yA}^2 + 2gh_A = v_A^2 \sin^2 \alpha + \frac{2v_0^2 + 4gR}{3}$$

$$= \frac{(v_0^2 + 2gR) \left[1 - \left(\frac{v_0^2 + 2gR}{3gR} \right)^2 \right] + 2v_0^2 + 4gR}{3} = v_0^2 + 2gR - gR \left(\frac{v_0^2 + 2gR}{3gR} \right)^3$$

Vì vật va chạm hoàn toàn đàn hồi với sàn nên sẽ nảy lên với cùng vận tốc. Áp dụng định luật bảo toàn

cơ năng ta được: $\frac{mv_y^2}{2} = mgH \Leftrightarrow H = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} + R - \frac{R}{2} \left(\frac{v_0^2 + 2gR}{3gR} \right)^3$

Câu 5:

- Khi pittông ở vị trí cân bằng, các thông số khí: $P_1 = P_0 + \frac{mg}{s}$; $\frac{V_0}{2}$; T_0

\Rightarrow Số mol khí $n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{P_1 V_0}{2RT_0}$ mol

- Trong giai đoạn đầu, pittông chưa chạm vấu khí biến đổi đẳng áp, khi bắt đầu chạm vấu khí có nhiệt

độ T_2 . Áp dụng: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V}{\frac{V}{2}} T_0 = 2T_0$

- Nhiệt lượng truyền cho khí trong quá trình này:

$$Q_1 = A + \Delta U = P_1 \frac{V}{2} + n \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{P_1 V}{2} + \frac{P_1 V}{2RT_0} \cdot \frac{3}{2} RT_0 = \frac{5}{4} P_1 V$$

- Sau khi pittông chạm vấu, thể tích không đổi, đây là quá trình đẳng tích. Khí nhận nhiệt lượng chỉ

làm tăng nội năng: $Q_2 = n \frac{3}{2} R 2T_0 = \frac{P_1 V}{2RT_0} \cdot \frac{3}{2} R 2T_0 = \frac{3}{2} P_1 V$

\Rightarrow Tổng nhiệt lượng mà khí đã nhận: $Q = Q_1 + Q_2 = \frac{11}{4} P_1 V = \frac{11}{4} \left(P_0 + \frac{mg}{s} \right) V$

Câu 6:

a. Gọi khối lượng chất khí lý tưởng này là M.

- Trên đường cong AB lấy 1 điểm E tùy ý ứng với áp suất p_1 và thể tích V_1 . Từ E hạ đường thẳng đứng cắt đường cong CD tại H.

- Phương trình trạng thái khí lý tưởng tại điểm E và H là:

$$p_1 V_1 = \frac{M}{\mu} RT \quad (1)$$

$$pV = (p_1 - p_0) V_1 = \frac{M}{\mu} RT_0 \quad (2)$$

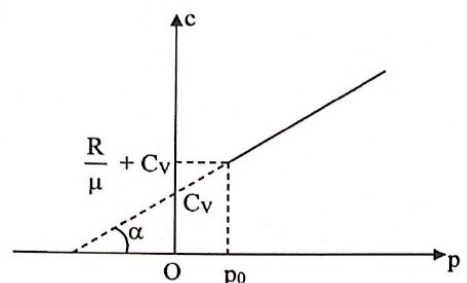
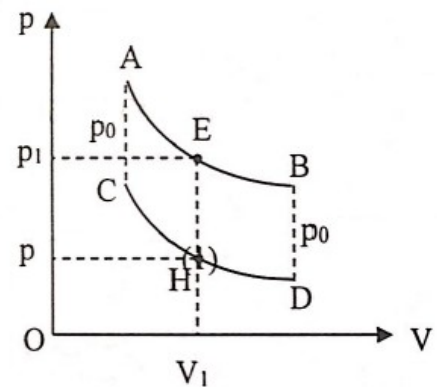
Từ (1) và (2), ta có: $V_1 = \frac{MR}{\mu p_0} (T - T_0) \quad (3)$

$$\text{Và } p = \frac{T}{T - T_0} p_0 \quad (4)$$

Vì $V_1 > 0, p > 0 \Rightarrow T > T_0$

Vì E là tùy ý nên từ (3), ta có: $V_A = \frac{MR}{\mu p_0} (T_A - T_0); V_B = \frac{MR}{\mu p_0} (T_B - T_0)$

Vì $V_A < V_B$ suy ra $T_A < T_B$ tức là quá trình AB nhiệt độ ứng với điểm A nhỏ hơn nhiệt độ ứng với điểm B.



b. Xét tại một điểm tùy ý trên đường cong AB.

- Xét một biến đổi nhỏ: $\Delta V = \frac{MR}{\mu p_0} \Delta T$

$$\Delta Q = p\Delta V + \Delta U = \left(\frac{pR}{\mu p_0} + C_v \right) M\Delta T$$

$$\forall i \quad c = \frac{\Delta Q}{M\Delta T} \Rightarrow c = \frac{R}{\mu p_0} + C_v \quad (5)$$

Từ (5) cho thấy sự phụ thuộc c vào p là sự phụ thuộc tuyến tính

$$\text{Tại } p = p_0 \Rightarrow c = \frac{R}{\mu} + C_v$$

$$\text{Tại } p = 0 \Rightarrow c = C_v$$

$$\text{Hệ số góc của đường thẳng: } \tan \alpha = \frac{R}{\mu p_0}$$